Corrigé

Le projeté orthogonal d'un point V sur un plan $\mathcal{P}$ de vecteur normal $\overrightarrow{n}$ est l'intersection entre ce plan et la droite de vecteur directeur $\overrightarrow{n}$ passant par V.
Le point R est donc le projeté orthogonal du point V sur le plan $\mathcal{P}$ si les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{RV}$ sont colinéaires et si $R \in \mathcal{P}$.

1. On remarque que $2 - 1 + 4 - 2 = 3 \neq 0$ donc $R \notin \mathcal{P}$. R n'est donc pas le projeté orthogonal de V sur $\mathcal{P}$.

2. On remarque que $2 \times 2 - 5 - 4 \times 1 + 5 = 0$ donc $R \in \mathcal{P}$.

3. Cependant, $\overrightarrow{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{RV} \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$. On ne peut pas trouver de nombre k tel que $\overrightarrow{n} = k\overrightarrow{RV}$, ces vecteurs ne sont donc pas colinéaires. On en déduit que R n'est pas le projeté orthogonal de V sur $\mathcal{P}$.